Vejledende besvarelse af opgave 1, ugeseddel 14

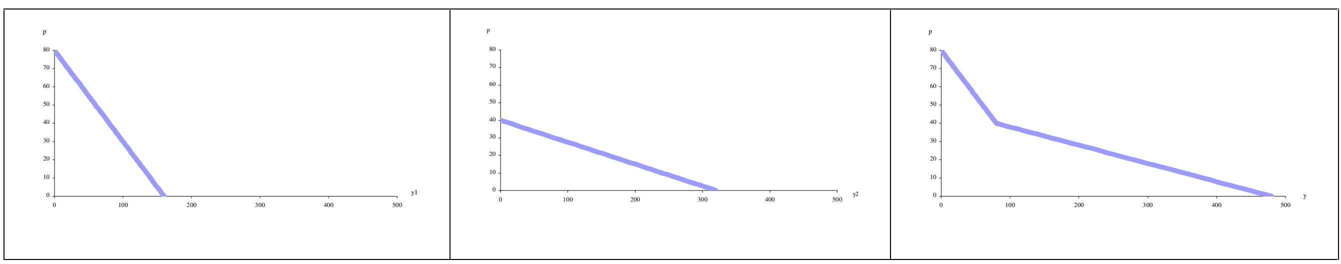
Følgende markedsforhold gør sig gældende:

$$y_1(p) = \max\{0\,,160 - 2p\}$$
$$y_2(p) = \max\{0\,,320 - 8p\}$$

Den samlede efterspørgsel på markedet er[1]

$$y(p) = y_1(p) + y_2(p) = \max\{0{,}160 - 2p\} + \max\{0{,}320 - 8p\}$$

Graferne for hhv. de to enkelte efterspørgselskurver og den samlede efterspørgselskurve er vist nedenfor:



Monopolistens omkostningsfunktion ser ud som følger:

$$c(y) = \frac{y^2}{4}$$

spm. a)

Forskriften for *y(p)* kan derfor skrives som:

$$y(p) = \begin{cases} 480 - 10p & 0 < p < 40 \\ 160 - 2p & 40 \le p \le 80 \\ 0 & p \ge 80 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad p(y) = \begin{cases} -\frac{1}{2}y + 80 & 0 < y < 80 \\ -\frac{1}{10}y + 48 & 80 \le y \le 480 \\ 0 & y \ge 480 \end{cases}$$

Spørgsmålet er nu naturligvis, hvilken del af den samlede efterspørgselskurve, optimum ligger på. Dette kan man finde ud af på flere forskellige måder. Man kan fx løse profitmaksimeringsproblemet

[1] Husk at man kun kan addere efterspørgselskurver "vandret" dvs. addere dem, når man har dem givet som en mængde som funktion af en pris; aldrig omvendt!

for alle tre muligheder, og dernæst checke hvilken af de tre løsninger, der giver den højeste profit. En anden mulighed, er at man tegner en figur, ud fra hvilken man kan se, på hvilken del af efterspørgselskurven, optimum befinder sig. Det er denne tilgang vi vil anvende her.

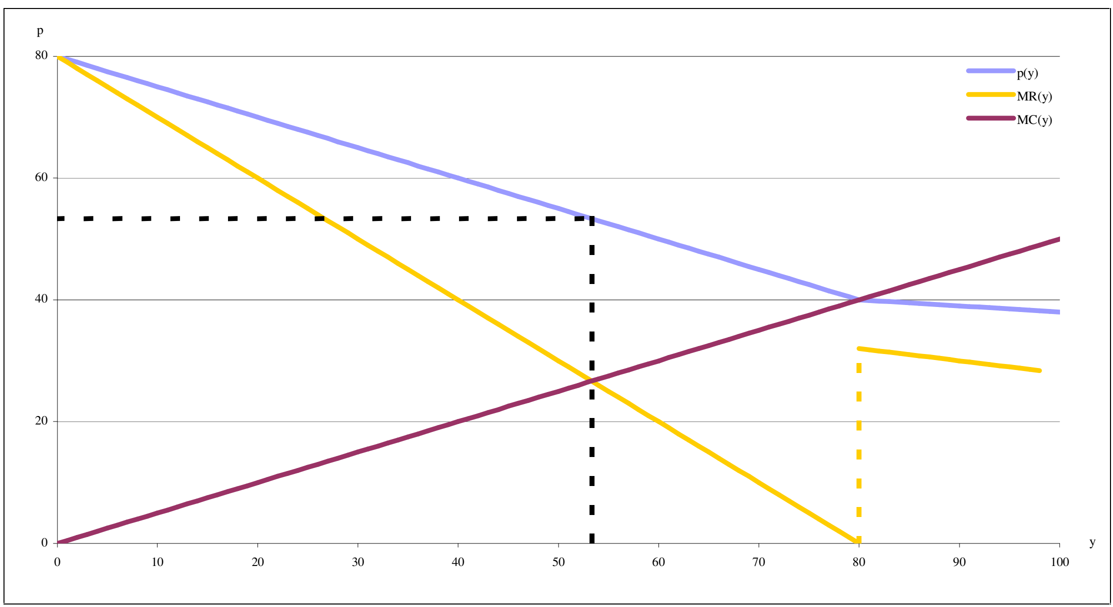
Ud fra efterspørgselskurven kan et udtryk for MR-kurven let udledes:

$$MR(y) = \begin{cases} -y + 80 & 0 < y < 80 \\ -\frac{1}{5}y + 48 & 80 \leq y \leq 480 \\ 0 & y \geq 480 \end{cases}$$

MC-kurven kan ligeledes let udledes ved blot at differentiere omkostningsfunktionen:

$$MC(y) = c'(y) = \tfrac{1}{2}y$$

MR-kurven og MC-kurven er vist i figuren nedenfor.



Som altid er løsningen for en monopolist dér, hvor MC- og MR-kurven skærer hinanden. Det ses, at skæringen forekommer på den del af MR-kurven, hvor $y < 80$. Derfor gælder:

$$-y + 80 = \tfrac{1}{2}y \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{y^* = \tfrac{160}{3} = 53,\overline{3}}}$$

Prisen, som monopolisten skal sætte ved denne optimale mængde findes blot ved indsættelse i efterspørgselsfunktionen:

$$p^* = -\tfrac{1}{2} \cdot y^* + 80 \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{p^* = \tfrac{160}{3} = 53{,}\overline{3}}}$$

Den samlede profit bliver:

$$\underline{\underline{\pi^*}} = p^* \cdot y^* - c(y^*) = \tfrac{160}{3} \cdot \tfrac{160}{3} - \left(\tfrac{160}{3}\right)^2 / 4 = \tfrac{3}{4} \cdot \left(\tfrac{160}{3}\right)^2 = \underline{\underline{\tfrac{6400}{3} = 2133{,}\overline{3}}}$$

<u>spm. b)</u>

Vi ser nu på en situation, hvor monopolisten har mulighed for at separere de to markeder via de forskellige kunders karakteristika (giver kun rabat til studiekunder). Der er altså tale om et tilfælde af 3. grads prisdiskriminering.

Vi har nu at gøre med et maksimeringsproblem i to variable. Monopolisten skal nemlig nu tage stilling til en mængde han vil sælge på marked 1 og en mængde han vil sælge på marked 2[2]:

$$\max_{y_1, y_2} y_1 \cdot \left(-\tfrac{1}{2} y_1 + 80\right) + y_2 \cdot \left(-\tfrac{1}{8} y_2 + 40\right) - \frac{(y_1 + y_2)^2}{4}$$

For at løse et maksimeringsproblem i to variable udregner vi førsteordensbetingelser mht. hver af de to variable:

$$\left.\begin{array}{ll} F.O.C.(1): & -y_1 + 80 - \tfrac{1}{2} y_1 - \tfrac{1}{2} y_2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad y_2 = -3y_1 + 160 \\ F.O.C.(2): & -\tfrac{1}{4} y_2 + 40 - \tfrac{1}{2} y_2 - \tfrac{1}{2} y_1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad y_2 = -\tfrac{2}{3} y_1 + \tfrac{160}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$-3y_1 + 160 = -\tfrac{2}{3} y_1 + \tfrac{160}{3} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{y_1^* = \tfrac{320}{7} \approx 45{,}7}} \quad \Rightarrow$$

$$y_2^* = 3y_1^* + 160 \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{y_2^* \tfrac{160}{7} \approx 22{,}9}}$$

For at sikre, at vi har fundet et maksimum kan andenordensbetingelserne kontrolleres:

$$S.O.C.(1): \quad -\tfrac{3}{2} < 0$$
$$S.O.C.(2): \quad -\tfrac{3}{4} < 0$$

Da begge andenordens afledte er negative, er profitfunktionen konkav, og de fundne løsninger for y_1 og y_2 giver et profit<u>maksimum</u>.

---

[2] Bemærk, at man ikke bare kan sætte MR=MC på begge markeder, da der ikke er konstante marginalomkostninger.

De tilsvarende priser, der sættes på hver af markederne findes ved indsættelse i efterspørgselsfunktionerne:

$$p_1^* = -\tfrac{1}{2} y_1^* + 80 \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{p_1^* = \tfrac{400}{7} \approx 57{,}1}}$$

$$p_2^* = -\tfrac{1}{8} y_2^* + 40 \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{p_2^* = \tfrac{260}{7} \approx 37{,}1}}$$

Hvilket giver en profit på:

$$\pi^* = p_1^* \cdot y_1^* + p_2^* \cdot y_2^* - c\left(y_1^* + y_2^*\right) = \tfrac{400}{7} \cdot \tfrac{320}{7} + \tfrac{260}{7} \cdot \tfrac{160}{7} - \frac{\left(\tfrac{320}{7} + \tfrac{160}{7}\right)^2}{4} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{\underline{\pi^* = \tfrac{16000}{7} \approx 2285{,}7}}$$

Den ekstra profit, der opnås som følge af at anvende 3. grads prisdiskriminering er altså:

$$\Delta\pi^* = 2285{,}7 - 2133{,}3 = 152{,}4$$

Bemærk, at profitten ved 3. gradsprisdiskriminering altid er svagt større end profitten i den almindelige monopolløsning, da monopolisten naturligvis blot kunne vælge at sætte den samme pris på alle markederne under 3. gradsprisdiskriminering, hvorved han altid kan opnå mindst samme profit som i den almindelige monopolløsning.