

Investering

Begreber

Kalkulationsrente: Virksomhedens subjektive tidspræferencerate.
Typisk er dette alternativrenten, fx kassekreditrenten.
Det er den rente virksomheden *mindst* skal have i afkast ved en investering, da finansieringsomkostningerne hvert fald skal dækkes.
Når man skal beregne kapitalværdien / nutidsværdien skal man derfor *altid* benytte kalkulationsrenten.

Kap.værdi / nutidsværdi: Værdien af en betalingsstrøm (ind & udbetalinger) opgjort i NUTIDSKRONER.

$$K_0 = \sum_{t=0}^n B_t (1+i)^{-t}$$

B_t : Betaling til tidspunkt t

n : Antal perioder

i : Kalkulationsrenten

Frem og tilbage

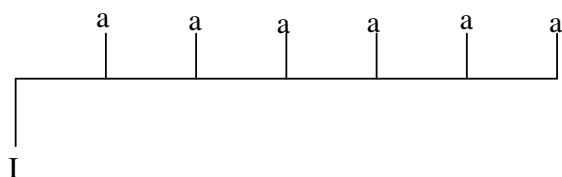
$k_0 = k_t (1+i)^{-t}$ Nutidsværdien af et enkelt beløb opgjort i periode t -kroner, findes ved at tilbagediskontere beløbet med kalkulationsrenten t perioder.

$k_t = k_0 (1+i)^t$ Fremtidsværdien, eller periode- t værdien, findes ved at fremdiskontere nutidsværdien t perioder.

$k_k = k_t (1+i)^{k-t}$ Periode- k værdien af et beløb opgjort i periode- t værdi, findes ved at diskontere periode- t værdien $(k-t)$ perioder. De to ovenstående formler kan let udledes af denne formel.

Annuiteter

En annuitet er blot et konstant beløb, der falder flere gange i træk.



I ovenstående figur falder investeringen, I , til tidspunkt nul, hvorefter der i periode 1 til 6 kommer en konstant indbetaling, a . Den besværlige, men sikre, måde at finde nutidsværdien vil da være:

$$K_0 = -I + a(1+i)^{-1} + a(1+i)^{-2} + \dots + a(1+i)^{-6}$$

Dette kan omskrives.

$$K_0 = -I + a[(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \dots + (1+i)^{-6}] = -I + a \sum_{t=1}^6 (1+i)^{-t} = -I + a \cdot \alpha(6, i),$$

hvor sidste led kaldes alpha-hagen. Generelt gælder at:

$$\sum_{t=1}^n (1+i)^{-t} = \alpha(n, i) = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i}$$

Annuitetsformlen er særlig god at kunne i mindst to tilfælde. Det ene tilfælde er, hvor den samme betaling falder flere perioder i træk. Dette er dog ikke noget stort problem i Excel, så her er det knap så vigtigt. Det andet tilfælde er, hvis man skal bruge *gennemsnitlige årlige indbetalinger*.

Gennemsnitlige årlige indbetalinger

Når man arbejder med ind & udbetalinger over tid, kan man ikke tage et simpelt gennemsnit. Beløb over tid skal vægtes med tiden, for at man kan tale om gennemsnitlige betalinger. Skal man omregne nutidsværdien af en betalingsstrøm til et gennemsnit over tid, skal man altså korrigere for renten. Man kan anskue nutidsværdien af en hvilken som helst betalingsstrøm, som nutidsværdien af årlige gennemsnitlige betalinger set over samme periode. Følgende gælder da:

$$K_0 = a \cdot \alpha(n, i),$$

hvor a er den gennemsnitlige årlige betaling, dvs. det beløb vi ønsker at finde. Ligningen kan omskrives til:

$$a = K_0 \cdot \alpha(n, i)^{-1}.$$

Man kan altså altid finde de gennemsnitlige årlige betalinger af en betalingsstrøm, når man har fundet nutidsværdien af denne betalingsstrøm.

Anvendelse

Ovenstående var lidt teknik, der gør os i stand til at vurdere, hvorvidt en investering er rentabel, eller hvilken af flere alternative investeringer vi skal vælge.

Enkelt investering: Skal man vurdere om en enkelt investering er rentabel, er der et meget simpelt krav der skal være opfyldt, nemlig at nutidsværdien skal være positiv.

Flere alternative inv: Skal man vurdere flere alternative investeringer, kan dette deles op i forskellige scenarier.

- 1) De alternative investeringer er engangsinvesteringer. Når alle ind & udbetalinger er faldet er investeringen ”død”.
- 2) De alternative investeringer gentages identisk. Det betyder, at når alle ind & udbetalinger fra investeringen er faldet, og investeringen er ”død”, da geninvesterer man i en identisk investering. Teoretisk set gentages investeringen, og dermed ind & udbetalingsmønsteret dermed uendelig mange gange. Dette scenarium kan igen deles op i to tilfælde.
 - 2.1) Investeringerne der skal sammenlignes har samme tidshorisont.
 - 2.2) Investeringerne der skal sammenlignes har forskellig tidshorisont.

Metode:

- 1) I dette tilfælde skal den investering der giver højest nutidsværdi vælges.
- 2) Dette tilfælde kommer an på tidshorisonten. Som regel vil tidshorisonten for de alternative investeringer dog være forskellige, hvilket gør tilfælde 2.2) til det hyppigst forekomne.
 - 2.1) Hvis de har samme tidshorisont, kan de sammenlignes med nutidsværdien, så den investering med størst nutidsværdi vælges.
 - 2.2) Med forskellig tidshorisont kan nutidsværdien ikke bruges som kriterium, da det er forskellige periodelængder der skal sammenlignes. *Hvis man fejlagtigt bruger nutidsværdien som kriterium, er der stor sandsynlighed for, at den investering med den længste periodelængde, vil være den investering der har størst nutidsværdi af denne periode. Men da investeringerne løber uendelig lang tid, er man ikke interesseret i værdien af et enkelt forløb, men i værdien af alle forløb i al fremtid, eller den gennemsnitlige årlige betaling.* I dette tilfælde skal man altså finde den gennemsnitlige årlige betaling, og sammenligne denne. Ved at benytte denne fremgangsmåde, normerer man på en måde forløb med forskellige længder, til at have den samme længde, nemlig længden én. Når så længden er den samme, kan man sammenligne.

Intern rentefod

Denne defineres, som den rente, der netop får nutidsværdien af en investering til at blive nul.

$$K_0 = \sum_{t=0}^n B_t (1+R)^{-t} = 0,$$

hvor R er den interne rente.

Husk blot på, at der er en del problemer forbundet med denne metode.

- Den interne rente siger intet om størrelsen af nutidsværdien. Den interne rente tager kun stilling til det relative forhold mellem den investerede kapital og afkastet af dette.
- Der kan opstå flere interne renter, således at løsningen ikke er unik. Dette kan opstå, hvis fortegnet for nettobetalingen skifter over tid. I teorien kan der findes en intern rente for hver gang fortegnet skifter.

Det man kan bruge den interne rente til, er at vurdere om en enkelt investering er rentabel. Hvis den interne rente er højere end kalkulationsrenten, da vil man få et afkast der er højere end krævet, og derved er investeringen altså rentabel.

Finansiering (lån)

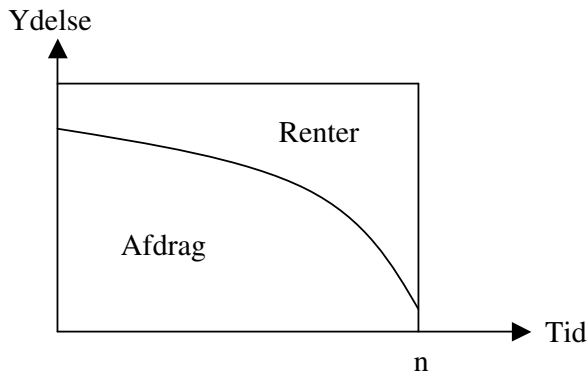
Det dejlige ved investering er, at har man først fat i investeringsdelen, så er det nemt at arbejde med finansiering, da det er samme metode man benytter.

I finansiering har man typisk behov for et vist beløb, og der er så forskellige muligheder for, hvordan dette beløb kan fremskaffes. Da finansieringsbeløbet er givet, skal man typisk sammenligne alternativer, der stort set giver samme provenu. Da det altså er det samme beløb man sammenligner, kan man tillade sig at betragte de alternative former, ved en slags intern rente, denne kaldes i finansiering for den effektive rente. Man vil typisk vælge den låntype der er billigst, dvs. det lån der har den *laveste* effektive rente. HUSK dog på, at likviditeten påvirkes forskelligt over tid, afhængig af låntypen. Dette er oplagt at kommentere, når man skal vurdere lånene.

Annuitetslån (konstante ydelser)

Annuitetslånet har konstante ydelser før skat. Dette giver et ydelsesprofilen:

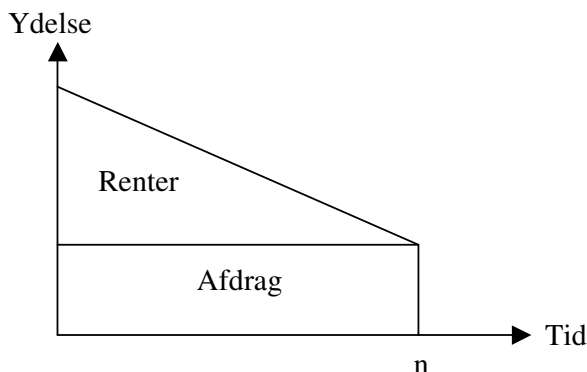
$Y = H \cdot \alpha(n, i)^{-1}$, hvor Y er ydelse og H er hovedstolen.



Serielån (konstante afdrag)

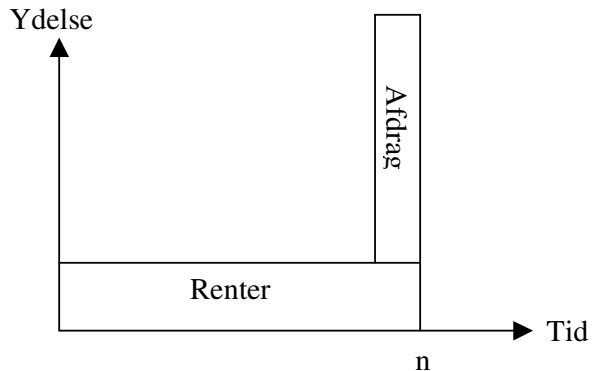
Serielånet har konstante afdrag. Det betyder at rentebetalingen falder lineært over tid, da restgælden mindskes lineært over tid.

$A = \frac{H}{n}$, hvor A er afdrag og H er hovedstol.



Stående lån (ingen afdrag)

Det stående lån betales først tilbage i sidste periode, og det eneste man betaler igennem løbetiden er renter.



Effektive rente

Den effektive rente findes ved Balanceligningen.

$$NP = \sum_{t=1}^n Y_t (1 + R)^{-t} ,$$

hvor NP er Nettoprovenu, dvs. det beløb man står med i hånden, når kurstab og låneomkostninger er afholdt, og R er den effektive rente. Den effektive rente er faktisk det samme som den interne rente, man bruger blot et andet ord når man snakker finansiering.

I Excel er det let at finde den effektive rente med funktionen IRR på engelsk, eller IA på dansk.

Man skal blot markere sine ydelser inklusiv nettoprovenuet i periode nul, og så regner Excel resten. HUSK dog på, at Excel kan ikke tænke for jer, så den finder kun renten inden for en periode. Hvis denne periode er fx et halvt år, da vil den fortælle den effektive halvårslige rente. Det er herefter op til jer, at konvertere denne til den helårslige rente.

Rentetilskrivning

Hvis banken siger at den tager 12% p.a. i rente med kvartalsvis tilskrivning, så betyder det, at den dividerer 12% med 4, så den altså tager 3% i kvartalet. Når I ser ordet tilskrivning, skal I altså tænke på, at den årlige rente skal divideres med det antal gange der tilskrives. Generelt gælder:

$$r(1/t) = r_{\text{årlig}} / t ,$$

hvor t er antal gange der tilskrives, og den reelle forrentning pr. år bliver hermed:

$$r_{\text{reel}} = (1 + r(1/t))^t - 1 .$$