Dynamisk inefficiens i Ramsey- og Diamondmodellen

Dynamisk inefficiens vil sige at opsparingen i steady-state er så høj, at kapitalintensiteten overstiger golden rule-niveauet[1]. Er dette muligt i hhv. Ramsey- og Diamondmodellen?

Ramsey:
Husk at kapitalakkumulationsligningen er:

$$\dot{k}(t) = f(k(t)) - c(t) - (n+g)\cdot k(t)$$

Vi sætter som sædvanlig $\dot{k}(t) = 0$ og får dermed:

$$c(t) = f(k(t)) - (n+g)\cdot k(t)$$

Vi ønsker at maksimere forbruget pr. mand:

$$\frac{\partial c(t)}{\partial k(t)} = f'(k(t)) - n - g = 0 \qquad \Leftrightarrow \qquad f'(k^{GR}) = n + g$$

Dernæst findes steady-state niveauet for kapitalintensiteten ud fra:

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{f'(k(t)) - \rho - \theta g}{\theta} \quad , \quad \dot{c}(t) = 0 \quad \Rightarrow \quad f'(k^*) = \rho + \theta g$$

Derfor er betingelsen for dynamisk inefficiens i Ramsey modellen[2]:

$$k^* > k^{GR} \quad \Rightarrow \quad f'(k^*) < f'(k^{GR}) \quad \Leftrightarrow \quad \rho + \theta g < n + g \quad \Leftrightarrow \quad \rho - n - (1-\theta)g < 0$$

MEN – denne mulighed er antaget væk i Ramsey-modellen for at få det integral der udgør nyttefunktionen til at give et endeligt tal.

Ergo er dynamisk inefficiens IKKE mulig i Ramsey-modellen (pr. antagelse)

Diamondmodellen:
Kapitalakkumulationsligningen i Diamondmodellen:

$$K_{t+1} = s(r_{t+1})L_t A_t w_t \quad \Rightarrow \quad k_{t+1} \equiv \frac{K_{t+1}}{A_{t+1}L_{t+1}} = \frac{1}{(1+n)(1+g)} s(r_{t+1}) w_t$$

Vi antager Cobb-Douglas produktionsfunktion, logaritmisk nytte og $g = 0$:

$$k_{t+1} = \frac{1}{(1+n)} \cdot \frac{1}{2+\rho} \cdot (1-\alpha) \cdot k_t^{\alpha} \quad \Rightarrow \quad k^* = \left(\frac{1}{1+n} \cdot \frac{1}{2+\rho} \cdot (1-\alpha) \right)^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad \Rightarrow$$

$$f'(k^*) = \frac{\alpha}{1-\alpha}(1+n)(2+\rho)$$

Dette skal nu sammenlignes med golden-rule reglen $f'(k^{GR}) = n$. Betingelsen for inefficiens er:

$$k^* > k^{GR} \quad \Rightarrow \quad f'(k^*) < f'(k^{GR}) \quad \Leftrightarrow \quad n > \tfrac{\alpha}{1-\alpha} \cdot (1+n)(2+\rho)$$

Dvs. dynamisk inefficiens KAN OPSTÅ i Diamondmodellen, hvis α er tilstrækkeligt lille:

$$\alpha < \tfrac{n}{1+(1+\rho)(1+n)}$$

Dvs. dynamisk inefficiens kan IKKE opstå i Ramsey, mens det ER muligt i Diamond.

---

[1] Golden rule niveauet er det niveau for kapitalintensiteten der maksimerer forbruget pr. mand.
[2] idet $f' < 0$