# Note til Mikro : Efterspørgselsteori

## 1. Nyttemaksimering (Lagrange)

Hvis forbrugeren har pæne præferencer, dvs. strengt konvekse og strengt monotone, da vil en *indre* løsning opfylde følgende for $\lambda > 0$:

$$\frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1} = \lambda p_1 \quad og \quad \frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2} = \lambda p_2 \quad Dvs. \quad \frac{\frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_1}}{\frac{\partial u(x_1^*, x_2^*)}{\partial x_2}} = \frac{p_1}{p_2} = -MRS$$

$$samt\ bibetingelsen \quad p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = m$$

Den indirekte nyttefunktion.

Den indirekte nyttefunktioner defineret som nytten i det optimale punkt, dvs. nyttefunktion taget på $(x_1^*, x_2^*)$:

$$v(p_1, p_2, m) = u(x_1^*(p_1, p_2, m), x_2^*(p_1, p_2, m))$$

Den indirekte nyttefunktion og betydningen af λ.

Ifølge Indhylningssætningen fås:

$$\frac{\partial v(p_1, p_2, m)}{\partial p_1} = -\lambda \cdot x_1(p_1, p_2, m)$$
$$\frac{\partial v(p_1, p_2, m)}{\partial p_2} = -\lambda \cdot x_2(p_1, p_2, m)$$
$$\frac{\partial v(p_1, p_2, m)}{\partial m} = \lambda$$

Walraske efterspørgsel

Skyggeprisen på indkomst.

Forbrugerens nytte er mere følsom over for prisændringer jo større mængde han forbruger af den pågældende vare, da denne spiller en større rolle i hans budget, er fortolkningen af de første to ligninger. Den sidste ligning udtrykker betydningen af λ, nemlig som forbrugerens marginalnytte af højere indkomst. λ kaldes også for *skyggeprisen på indkomst*.

Roy's identitet.

Hvis vi udnytter de tre ligninger i afsnittet ovenfor opnås Roy's identitet:

$$\boxed{x_1(p_1,p_2,m) = -\frac{\frac{\partial v(p_1,p_2,m)}{\partial p_1}}{\frac{\partial v(p_1,p_2,m)}{\partial m}} \quad og \quad x_2(p_1,p_2,m) = -\frac{\frac{\partial v(p_1,p_2,m)}{\partial p_2}}{\frac{\partial v(p_1,p_2,m)}{\partial m}}}$$

Altså kan vi finde forbrugerens efterspørgsel, hvis vi kender den indirekte nyttefunktion.

## 2. Udgiftsminimering (Lagrange)

Hvis forbrugeren har pæne præferencer, dvs. strengt konvekse og strengt monotone, da vil en *indre* løsning opfylde følgende for μ > 0:

$$\mu\frac{\partial u(x_1^*,x_2^*)}{\partial x_1} = p_1 \quad og \quad \mu\frac{\partial u(x_1^*,x_2^*)}{\partial x_2} = p_2 \quad Dvs. \quad \frac{\frac{\partial u(x_1^*,x_2^*)}{\partial x_1}}{\frac{\partial u(x_1^*,x_2^*)}{\partial x_2}} = \frac{p_1}{p_2} = -MRS$$
$$\textit{samt bibetingelsen} \quad u(x_1^*,x_2^*) = \bar{u}$$

Udgiftsfunktionen.

Den minimale udgift forbrugeren kan komme til at betale givet nytteniveauet $\bar{u}$ måles ved udgiftsfunktionen:

$$\boxed{e(p_1,p_2,\bar{u}) = p_1 \cdot h_1(p_1,p_2,\bar{u}) + p_2 \cdot h_2(p_1,p_2,\bar{u})}$$

hvor $h_1$ og $h_2$ er efterspørgslen efter vare 1 og vare 2 i optimum, også kaldet den Hickske efterspørgsel, der altså er den efterspørgsel efter de to varer der på den billigste måde forsyner forbrugeren med nytteniveauet $\bar{u}$.

Udgiftsfunktionen og betydningen af μ.

Ifølge Indhylningssætningen fås:

$$\frac{\partial e(p_1,p_2,\bar{u})}{\partial p_1} = h_1(p_1,p_2,\bar{u})$$
$$\frac{\partial e(p_1,p_2,\bar{u})}{\partial p_2} = h_2(p_1,p_2,\bar{u})$$
$$\frac{\partial e(p_1,p_2,\bar{u})}{\partial \bar{u}} = \mu$$

Hickske/kompenserede efterspørgsel

Ifølge de to første ligninger kan man nemt finde den Hickske efterspørgsel (også kaldet den kompenserede efterspørgsel).

Den sidste ligning siger, at μ er den marginale udgift, der er påkrævet for højere nytte.

## 3. Dualitet

- Hvis ($x_1$, $x_2$) løser nyttemaksimeringsproblemet givet ($p_1$, $p_2$, $m$) således at der opnås indirekte nytte $\bar{u} = v(p_1, p_2, m)$, så vil ($x_1$, $x_2$) også løse udgiftsminimeringsproblemet givet $(p_1, p_2, \bar{u})$, og den minimale udgift vil netop være $m$. Udtrykt matematisk:

$$\boxed{\begin{aligned} &x_1(p_1, p_2, m) = h_1(p_1, p_2, v(p_1, p_2, m)) \\ &x_2(p_1, p_2, m) = h_2(p_1, p_2, v(p_1, p_2, m)) \\ &m = e(p_1, p_2, v(p_1, p_2, m)) \end{aligned}}$$

- Omvendt, hvis ($x_1$, $x_2$) løser udgiftsminimeringsproblemet givet $(p_1, p_2, \bar{u})$, således at den minimale udgift er $m = e(p_1, p_2, \bar{u})$, så vil ($x_1$, $x_2$) også løse nyttemaksimeringsproblemet givet ($p_1$, $p_2$, $m$), og den indirekte nytte er netop $\bar{u}$ . Udtrykt matematisk:

$$\boxed{\begin{aligned} &h_1(p_1, p_2, \bar{u}) = x_1(p_1, p_2, e(p_1, p_2, \bar{u})) \\ &h_2(p_1, p_2, \bar{u}) = x_2(p_1, p_2, e(p_1, p_2, \bar{u})) \\ &\bar{u} = v(p_1, p_2, e(p_1, p_2, \bar{u})) \end{aligned}}$$

## 4. Slutsky ligningen

Slutsky ligningen udtrykker effekten på efterspørgslen af en prisændring:

$$\boxed{\frac{\partial x_1(p_1, p_2, m)}{\partial p_1} = \frac{\partial h_1(p_1, p_2, v(p_1, p_2, m))}{\partial p_1} - \frac{\partial x_1(p_1, p_2, m)}{\partial m} x_1(p_1, p_2, m)}$$

Slutsky ligningen fortæller os altså, at effekten af en prisændring på den Walraske efterspørgsel efter en vare, kan dekomponeres i to effekter; en indkomsteffekt og en substitutionseffekt.

- *Substitutionseffekten.*
  Substitutionseffekten angiver ændringen i forbruget som følge af at det relative prisforhold er blevet ændret. Angiver tilvæksten i forbrug som resultat af dette med fastholdt købekraft. Substitutionseffekten består i leddet $\frac{\partial h_1(p_1, p_2, v(p_1, p_2, m))}{\partial p_1}$ i Slutsky ligningen. Læg mærke til, at den fastholdte købekraft består i at man fastholder forbrugeren på det samme nytteniveau som oprindeligt.
- *Indkomsteffekten.*
  Indkomsteffekten angiver ændringen i forbruget som resultat af købekraftændringen med fastholdte *relative* priser. Denne effekt skabes af, at budgetområdets størrelse ænd-

res ved en prisændring. Denne afhænger naturligvis af den umiddelbare efterspørgsel efter varen. Jo større køb, jo større er budgetvirkningen. Den første faktor i sidste led af Slutsky ligningen udtrykker at jo større numerisk værdi, desto kraftigere indkomstvirkning på forbruget af den pågældende vare.

## 5. Krydseffekter v/ Slutsky ligningen

Slutsky ligningen ved ændring i prisen på en anden vare ser ud som følger:

$$\boxed{\frac{\partial x_2(p_1,p_2,m)}{\partial p_1}=\frac{\partial h_2(p_1,p_2,v(p_1,p_2,m))}{\partial p_1}-\frac{\partial x_2(p_1,p_2,m)}{\partial m}x_1(p_1,p_2,m)}$$

Her skal naturligvis bemærkes sidste faktor, der er antallet af den anden vare!!

## 6. Hicks / Slutsky kompensation

Der er to måder at "kompensere" forbrugeren ved en prisændring.

- **Hicks holder nytteniveauet konstant**. Den Hicks kompenserende indkomst er altså den indkomst, der netop forsyner forbrugeren med det samme nytteniveau som før – men naturligvis ikke nødvendigvis samme varebundt.
- **Slutsky holder værdien af initialressourcerne konstant**. Altså den Slutsky kompenserende indkomst er den indkomst, der giver forbrugeren et stort nok budget til netop at kunne købe det oprindelige bundt. Hermed "glemmer" Slutsky substitutionseffekten, og får hermed "overkompenseret" forbrugeren.

Den Hicks kompenserende indkomst er derfor den mest logiske, og den mest "korrekte" at anvende. Slutsky ligningen anvender da også Hicks kompensation!

Grafisk sker der følgende:

- Ved Hicks parallelforskydes den nye budgetlinie ned til den rammer den gamle indifferenskurve (tangering).
- Ved Slutsky parallelforskydes den nye budgetlinie ned til den rammer det gamle optimum. (Dette punkt vil kun i specielle tilfælde være et optimum med de nye relative priser).