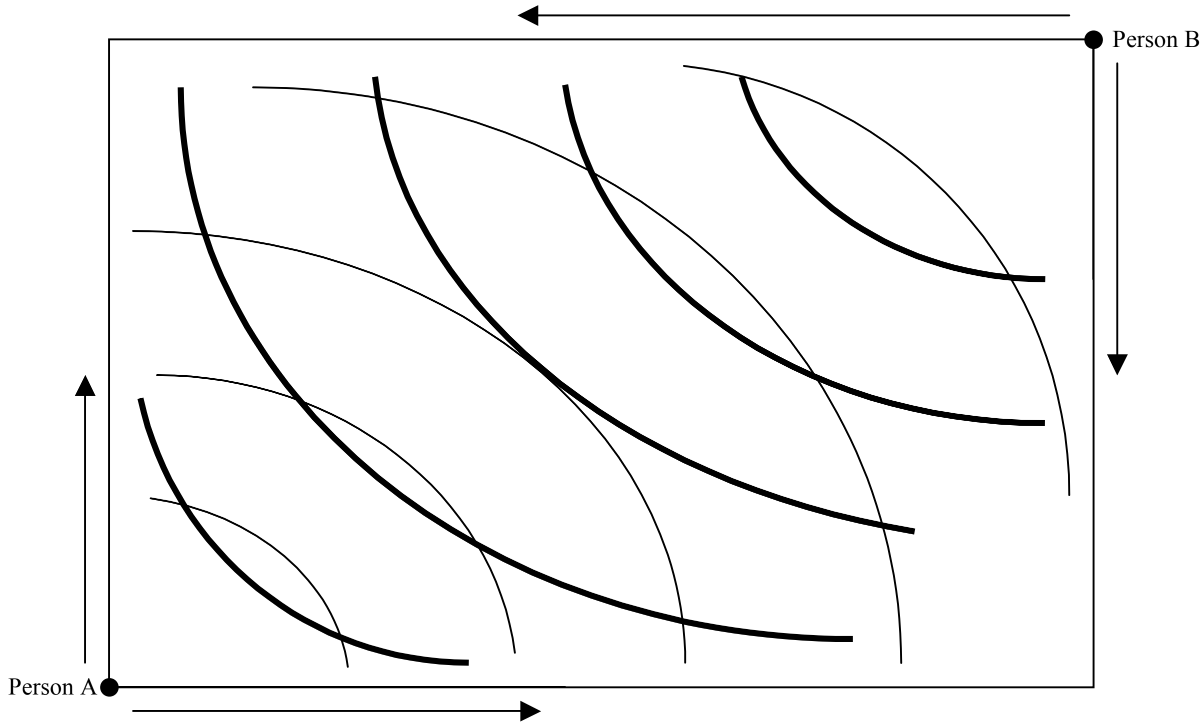
Note til Generel Ligevægt

Varian kap. 29 – Generel ligevægt i bytteøkonomi

Modsat *partiel ligevægt* betragter vi nu *hele økonomien* på én gang; vi betragter ikke længere nogle priser for givet etc. Den generelle ligevægtsteori søger at beskrive hele økonomien på én gang.

En økonomi, hvor der ikke er nogen produktion, kalder vi en *ren bytteøkonomi*, og det er en sådan økonomi vi til at starte med betragter. I denne forsimplede generelle ligevægtsmodel nøjes vi med at betragte 2 forbrugere og 2 varer.

En sådan økonomi med to varer og to forbrugere kan illustreres i den såkaldte *Edgeworth box*, der er vist et eksempel på nedenfor:



Mulige tilstande

Forbruget af vare 1 måles ud af den horisontale akse, og forbruget af vare 2 måles ud af den vertikale akse. Som det er markeret på figuren, så skal person A's forbrug måles ud fra nederste venstre hjørne, mens person B's forbrug måles ud fra øverste højre hjørne. Hvis vi kalder forbruget af en vare for x og initialbeholdningen af en vare for ω, så opfylder alle allokeringer i Edgeworth boxen, at $x_A^1 + x_B^1 = \omega_A^1 + \omega_B^1$ *og* $x_A^2 + x_B^2 = \omega_A^2 + \omega_B^2$

Hvis denne betingelse er opfyldt, så siger vi at tilstanden er mulig, da den samlede initialbeholdning af hver enkelt vare er lig med det samlede forbrug af hver enkelt vare efter at de to agenter har handlet indbyrdes. Dvs. at i en simpel bytteøkonomi med to varer og to forbrugere, er betingelsen for at en allokering skal være mulig, at allokeringen ligger inde i Edgeworth boxen.

Vi vil nu forsøge at generalisere denne forsimplede model til at opfatte et større antal varer og forbrugere. Vi ser nu på en økonomi med L varer og I forbrugere. Da gælder følgende for at tilstanden skal være *mulig*:

$$\sum_{i=1}^{I} x_i = \sum_{i=1}^{I} \omega_i$$

hvor x_i er en vektor, der repræsenterer forbrugsplanen for forbruger i. En anden måde at udtrykke dette på er vha. af overskudsefterspørgslen z, der angiver *nettoefterspørgslen* for en forbruger af en given vare:

$$\sum_{i=1}^{I} z_i = 0$$

Altså er summen af alle forbrugernes nettoefterspørgsel efter en given vare lig med nul; dette er bare en anden måde at udtrykke, at der ikke er nogen produktion i økonomien.

Senere vil vi også se på en situation, hvor der er produktion i økonomien. Hvis der er J virksomheder i økonomien, der producerer en varevektor y_j, så gælder det nu for at en tilstand skal være mulig, at

$$\sum_{i=1}^{I} x_i = \sum_{i=1}^{I} \omega_i + \sum_{j=1}^{J} y_j$$

Ligningen ovenfor repræsenterer blot, at det samlede forbrug i økonomien af hver enkelt vare er lig med den initiale beholdning af den pågældende vare plus det der er blevet produceret af den pågældende vare.

Pareto optimale tilstande

En Pareto optimal tilstand definerer vi som "en mulig tilstand, hvor der *ikke* findes en anden mulig tilstand x^* for hvilken $u_i(x_i^*) \geq u_i(x_i)$ for alle $i = \{1, \ldots, I\}$ forbrugere med mindst et strengt ulighedstegn, dvs. alle er mindst lige så godt stillet og mindst én er stillet bedre". Hvis der *fandtes* en sådan mulig tilstand, så ville denne tilstand *Pareto dominere* den gamle tilstand, og dermed kunne den gamle tilstand *ikke* være Pareto optimal.

Dermed kan man definere en Pareto optimal tilstand kort sagt som ”en mulig tilstand, der ikke kan Pareto domineres af nogen anden mulig tilstand”[1].

Løsning af generel ligevægt (Walras ligevægt)

En *Walras ligevægt* er en tilstand og et prissystem, der opfylder at

- Alle forbrugere nyttemaksimerer givet prisvektoren p^*
- Alle virksomheder profitmaksimerer givet prisvektoren p^*
- Alle markeder clearer (dvs. tilstanden er *mulig*)

Walras' lov

Walras' lov siger, at værdien af nettoefterspørgslen ved markedspriser altid er nul, dvs. udtrykt matematisk (og med voksende præferencer):

$$p \cdot x_i(p) = p \cdot \omega_i \qquad eller \qquad p \cdot z_i(p) = 0$$

$$z(p) \equiv \sum_{i=1}^{I} z_i(p) \qquad \underline{\underline{p \cdot z(p) = 0 \quad \forall \ p \in \Re_+^L}}$$

hvor p altså er den L-dimensionale prisvektor.

En implikation af Walras' lov er, at hvis alle markederne 1,2,…,L–1 clearer, da vil marked L automatisk cleare, dvs. $z_L(p) = 0$.

Dvs. at vi har reduceret problemet til at man skal løse L–1 ligninger med L–1 priser. Det lyder måske ikke af meget, men hvis man blot betragter en økonomi med to varer, så har vi faktisk halveret arbejdsbyrden… Bemærk, at det selvfølgelig er de *relative* priser der bestemmes på denne måde, og løsningsmetoden i praksis er, at man sætter den ene vares pris som numeraire, og løser for de andre varer herudfra.

Første velfærdsteorem

Første velfærdsteorem lyder: ”Hvis alle forbrugere har umættelige præferencer, da er en Walras ligevægtstilstand en Pareto optimal tilstand”. Markedsligevægten er Pareto optimal.

[1] Varian udleder i Microeconomic Analysis 3rd ed. 1992 s. 330 at en mulig allokering x^* er Pareto optimal hvis og kun hvis x^* løser de følgende n maksimeringsproblemer for $i = 1,\ldots,n$:

$$\max_{(x_i^g, x_j^g)} u_i(x_i) \qquad s.t. \qquad \sum_{h=1}^{n} x_h^g \le \omega^g \quad g = 1,\ldots,k \qquad u_j(x_j^*) \le u_j(x_j) \quad j \ne i$$

Andet velfærdsteorem

Hvis forbrugerne har konvekse præferencer, så kan enhver Pareto optimal allokering fås som en markedsligevægt givet den rette fordeling af initialressourcerne.

Forbehold omkring første og andet velfærdsteorem

Selvom markedsligevægten er Pareto optimal, så kan det godt være man har andre krav til en ligevægt, eller at der gør sig problemer gældende, som modellen ikke har taget højde for. Det gælder eksempelvis:

- Lighed / fordelingsspørgsmålet
- Eksternaliteter
- Market power på såvel udbuds- som efterspørgselssiden
- Ufuldkommen information
- Offentlige goder
- Ufuldstændig markeder

Hverken første eller andet velfærdsteorem tager disse ting i betragtning, og er vigtige forudsætninger for velfærdsteoremerne.

Opgaveløsning i Edgeworthboxen

- Find de Pareto optimale tilstande i økonomien.

  Maksimeringsproblemet lyder:

  $$\max u_A(x_{A1}, x_{A2})$$
  $$s.t. \quad u_B(x_{B1}, x_{B2}) \geq \bar{u}_B \qquad x_{A1} + x_{B1} = \omega_1 \qquad x_{A2} + x_{B2} = \omega_2$$

  Med pæne præferencer – differentiable nyttefunktioner kan problemet reduceres til:

  $$MRS_A = MRS_B$$

  HUSK at når det alene drejer sig om at finde de Pareto optimale tilstande, så skal priser *ikke* inddrages.

- Find Walras-ligevægten(e) i Edgeworthboxen.

  Nu skal priserne inddrages. Maksimeringsproblemet lyder:

  $$\max_{x_{A1}, x_{A2}} u_A(x_{A1}, x_{A2})$$
  $$s.t. \quad p_1 \cdot x_{A1} + p_2 \cdot x_{A2} \leq p_1 \cdot \omega_{A1} + p_2 \cdot \omega_{A2} \qquad x_{A1} \geq 0 \qquad x_{A2} \geq 0$$

I praksis vil den første bibetingelse være bindende, da en nyttemaksimerende agent naturligvis bruger hele sit budget.

Ved hjælp af dette maksimeringsproblem opnås efterspørgselsfunktionerne:

$x_{A1}(p_1, p_2),\quad x_{A2}(p_1, p_2),\quad x_{B1}(p_1, p_2),\quad x_{B2}(p_1, p_2)$

Løs derefter følgende:

$x_{A1}(p_1, p_2) + x_{B1}(p_1, p_2) = \omega_{A1} + \omega_{B1}$

Én ligning i to ubekendte? Nej – vi er kun interesseret i relative priser; vi sætter en af priser som numeraire.

Når dette er løst vil markedet for vare 2 automatisk cleare, og for at finde efterspørgslen kan man bare indsætte i efterspørgselsfunktionerne for vare 2, jf. Walras' lov.

CKN-note: Usikkerhed i Generel Ligevægt

Vores generelle ligevægtsmodel stiller ingen forhindringer op for at vi, som når vi betragter partielle ligevægte, kan anvende en bred fortolkning af varebegrebet. Det kan vi bl.a. bruge til at opstille teori for forsikringer og finansielle kontrakter.

Forsimplende ser vi i første omgang på et tilfælde med to varer, der kan tillægges fortolkningen, at vare 1 er et forbrugsgode til levering, hvis tilstand 1 indtræffer, og vare 2 er et forbrugsgode til levering, hvis tilstand 2 indtræffer. Tilstand 1 og 2 indtræffer med sandsynlighederne π_1 og π_2. Vi kalder forbrugeren A's beholdning for ω_A. Forbruger A's forventede nytte er dermed givet ved:

$$\pi_1 \cdot u_A\left(\omega_A^1\right) + \pi_2 \cdot u_A\left(\omega_A^2\right)$$

Forbrugeren kan naturligvis handle med sin beholdning, og står over for budgetrestriktionen[2]:

$$p \cdot x_A = p \cdot \omega_A \quad \Leftrightarrow \quad p \cdot z_A = 0$$

Fortolkningen af varebegrebet her skal forstås således, at p_1 betales *nu* for at få leveret én enhed af forbrugsvare 1 betinget af tilstand 1. Dette åbner tydeligvis for at vi kan behandle markedet for kontrakter i denne model. Vi ser nu på et særtilfælde:

Særtilfælde – ingen aggregeret usikkerhed

Vi starter med at se på en model hvor der ikke er nogen aggregeret usikkerhed, dvs. $\omega_1 = \omega_2$. Dermed bliver Edgeworth boxen kvadratisk her. I en sådan økonomi vil de Pareto optimale tilstande være på diagonalen, dvs. dér hvor begge agenter er fuldt forsikrede, dvs. $x_{A1} = x_{A2}$ og $x_{B1} = x_{B2}$.

Dette kan vises ved at udregne *MRS* for forbruger *A*[3]:

$$MRS = -\frac{\frac{\partial u_A}{\partial x^1}\left(x_A^1, x_A^2\right)}{\frac{\partial u_A}{\partial x^2}\left(x_A^1, x_A^2\right)} = -\frac{\pi_1 \cdot u_A'\left(x_A^1\right)}{\pi_2 \cdot u_A'\left(x_A^2\right)}$$

På diagonalen er $x_A^1 = x_A^2$, og dermed er $MRS = -\frac{\pi_1}{\pi_2}$.

Et helt tilsvarende ræsonnement kan opstilles for forbruger *B*, og da de to forbrugeres *MRS* dermed er lig hinanden alle steder, hvor $x_A^1 = x_A^2 \quad \Leftrightarrow \quad x_B^1 = x_B^2$, hvilket netop svarer til diagonalen, så er alle disse allokeringer Pareto optimale.

---

[2] Jf. Walras' lov.

[3] Under forudsætning af at forbrugerne har Von Neumann-morgenstern præferencer med tilhørende Bernoulli nyttefunktion, og har ens sandsynligheder, dvs. π_1 og π_2 er konstante.

Kan et punkt uden for diagonalen så være Pareto optimal? *Nej*, det kan vises ved at vise, enhver tilstand uden for diagonalen er Pareto domineret af en tilstand *på* diagonalen.
Dermed kan vi konkludere, i en Edgeworth økonomi *uden aggregeret usikkerhed*, at

Pareto optimal tilstand <=> *Tilstand på diagonalen*

Ligevægt på markeder for forsikringer – aktuarisk fair priser

Ligevægt på et Walras'k marked for forsikring findes, og er Pareto optimal, jf. første velfærdsteorem. Før fandt vi ud af at hver forbrugers *MRS* var konstant og givet ud fra $MRS = -\frac{\pi_1}{\pi_2}$.
Desuden haves, at i en Walrasligevægt, hvor den enkelte forbruger maksimerer nytte, så er *MRS* lig det relative prisforhold. Dvs. i en Walrasligevægt gælder at

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{\pi_1}{\pi_2}$$

Det er kun de *relative* priser der afgør ligevægt eller ej, og derfor må vi blot sige generelt at ligevægtspriserne er proportionale med sandsynlighederne, dvs. $p = \lambda \cdot \pi$, hvor p og π er en vektor af dimensionen som vareantallet, og λ er en positiv konstant.

Aktuarisk fair priser vil derfor sige, at priserne på forsikring svarer til sandsynlighederne for at tilstandene indtræffer[4].

Sætning: Hvis en strengt risikoavers forbruger står over for aktuarisk fair priser, forsikrer han sig fuldstændigt[5].

Aggregeret usikkerhed

Hvis der er aggregeret usikkerhed i økonomien, så kan det ifølge sagens natur *ikke* lade sig gøre for alle agenterne at forsikre sig fuldt ud, nogen må bære en vis portion risiko. Derfor er der her en oplagt mulighed for handel med risiko, hvor man kan sige, at nogle agenter vil overtage den risiko der

[4] Dette indebærer naturligvis at forsikringsselskabernes forventede profit er lig nul.
[5] Beviset for sætningen er ret enkelt, gennemføres ved at antage, at $x_1 \neq x_2$ og at $\pi_1 \cdot x_1 + \pi_2 \cdot x_2 \leq \pi_1 \cdot \omega_1 + \pi_2 \cdot \omega_2$ og dernæst bemærke at $u(\pi_1 \cdot x_1 + \pi_2 \cdot x_2) > \pi_1 \cdot u(x_1) + \pi_2 \cdot u(x_2)$, da forbrugeren er risikoavers, og at dette forbrug ligger i budgetmængden, da værdien af det er givet ved $\pi_1 \cdot (\pi_1 \cdot x_1 + \pi_2 \cdot x_2) + \pi_2 \cdot (\pi_1 \cdot x_1 + \pi_2 \cdot x_2) = \pi_1 \cdot x_1 + \pi_2 \cdot x_2 \leq \pi_1 \cdot \omega_1 + \pi_2 \cdot \omega_2$. Dermed er det vist at for ethvert forbrug hvor $x_1 \neq x_2$ findes der et andet strengt foretrukket forbrug $(\pi_1 \cdot x_1 + \pi_2 \cdot x_2, \pi_1 \cdot x_1 + \pi_2 \cdot x_2)$, som også ligger i budgetmængden, og her er der fuld forsikring, da forbruget i tilstand 1 er lig forbruget i tilstand 2.

nødvendigvis må være i økonomien, dog ved at tage sig betalt for det naturligvis. Der er således incitament for handel med risiko her.

Hvis der *er* aggregeret usikkerhed i en økonomi, og vi står med en risikoneutral forbruger og en strengt risikoavers forbruger, så vil den risikoneutrale forbruger bære al risiko i økonomien.

En anden grund til at folk handler med risiko er, at deres syn på sandsynlighederne ikke er de samme. Hvis en forbruger har stor tiltro til at en given tilstand indtræffer, så er han også villig til at betale relativt meget for et gode givet denne tilstand, mens en forbruger med lavere subjektiv sandsynlighed er villig til at betale mindre for dette gode givet tilstandens indtræffen.

Dette forklarer stadig ikke forekomsten af spil om penge, hvor der er en helt klart defineret objektiv sandsynlighed. Man kan selvfølgelig hævde at nogle forbrugere har andre subjektive sandsynlighedsforestillinger, men det kan ikke bruges som generel forklaring. En mere sandsynlig forklaring er, at folk på dette felt er risikoelskere.

<u>Varian kap. 30 – Koopmannsdiagram (generel ligevægt med produktion)</u>

Vi vil se nærmere på en generel ligevægt med produktion.

Vi ser på en økonomi med $L = 2$ varer, $I = 1$ forbruger og $J = 1$ virksomhed.
Forbrugeren skal vælge hvor meget han vil bruge af hver af de to varer og virksomheden skal vælge hvor meget af den ene vare den vil bruge som input, der dermed skaber et output.
Vi ser på en *typisk virksomhed*, der altså har ét input (arbejdskraft) og ét output. Der er aftagende grænseprodukt, $f''(x) \leq 0$.

I profitmaksimum gælder det som sædvanlig for virksomheden, at isoprofitlinien tangerer produktionsfunktionens graf ($y = f(z)$), dvs. $f'(z) = MP_L = {}^{W}\!/_{p}$

- Vare 1 er tid. Bruges enten til fritid eller arbejde.
- Vare 2 er et fysisk forbrugsgode.

Som skrevet tidligere i denne note gælder der for at en tilstand skal være mulig, at

$$\sum_{i=1}^{I} x_i = \sum_{i=1}^{I} \omega_i + \sum_{j=1}^{J} y_j$$

Altså at samlet forbrug er lig initialressourcerne plus produktionen. I denne tovareøkonomi gælder det, at

- $x_1 = \omega_1 - z$
- $x_2 = \omega_2 + f(z)$

Hver forbruger nyttemaksimerer givet indkomst = værdi af initialbeholdning + profitandel.
Det må gælde, at

- Fritidsefterspørgsel + arbejdsefterspørgsel = ”24 timer”
- Vareefterspørgsel = Output + evt. initialbeholdning

Der udråbes nu et prissæt (W, p). Virksomheden profitmaksimerer, og dette giver y og π. Givet denne profit nyttemaksimerer forbrugeren. Hvis (W, p) skal cleare markedet skal udbud være lig efterspørgsel.

Pareto optimale tilstande

De Pareto optimale tilstande findes (idet initialressourcerne er givet ved $\omega = \begin{pmatrix} \overline{\omega} \\ 0 \end{pmatrix}$) ved at maksimere udtrykket:

$$\max_{z} u(\overline{\omega} - z, 0 + f(z))$$
$$s.t. \quad 0 \le z \le \overline{\omega}$$

Hvis *f* og *u* er differentiable funktioner, så er en anden formulering af maksimeringsproblemet at

$$MRT_{virksomhed} = MRS_{forbrug}$$

HUSK at når det alene drejer sig om at finde de Pareto optimale tilstande, så skal priser og profit *ikke* inddrages!

Walrasligevægt

- Virksomheden skal optimere (mht. arbejdsinput):

  $$\max_{z} \pi = \max_{z} (p \cdot f(z) - W \cdot z)$$
  $$s.t. \quad z \ge 0$$

  Dette giver den optimale profit $\pi(W, p)$

- Forbrugeren skal optimere (mht. x_1 og x_2), idet initialressourcerne nu er $\omega = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \end{pmatrix}$:

  $$\max_{x_1, x_2} u(x_1, x_2)$$
  $$s.t. \quad W \cdot x_1 + p \cdot x_2 \le W \cdot \omega_1 + p \cdot \omega_2 + \pi(W, p)$$

  Dette giver efterspørgslerne $x_1(W, p)$ og $x_2(W, p)$

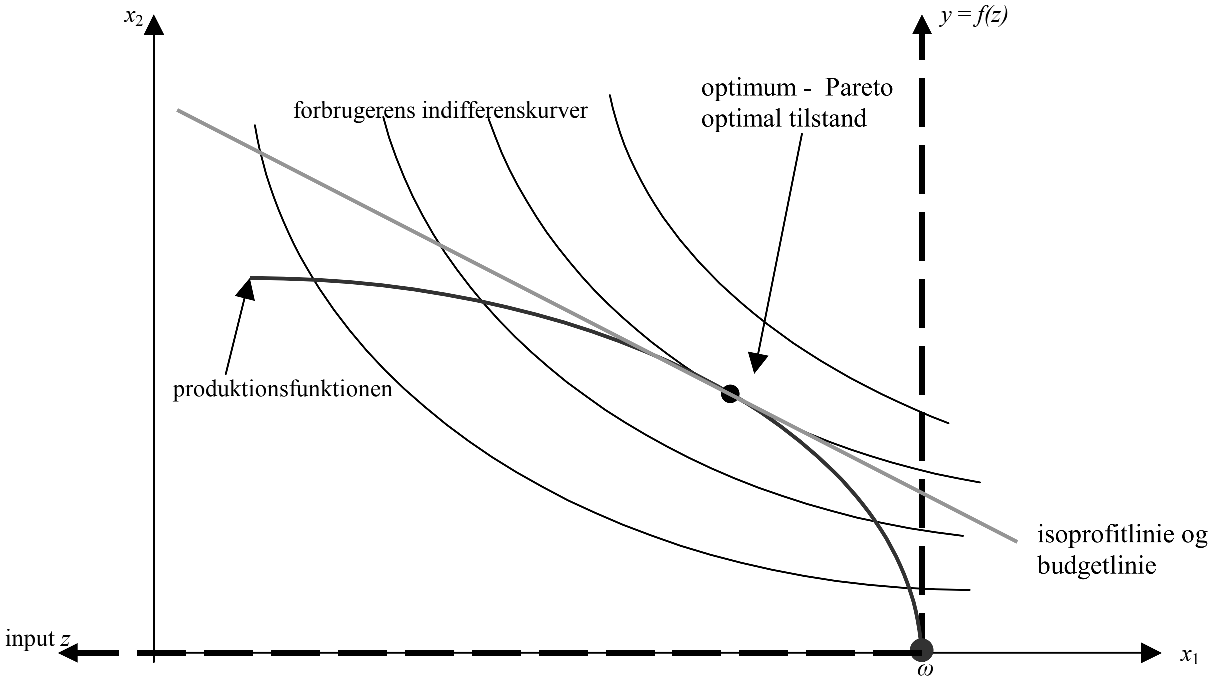
- Markeder skal cleare (jf. Walras' lov behøver vi kun at cleare det ene marked). Sæt én af priserne som numeraire i betingelsen

  $$x_1(p_1, p_2) + z(p_1, p_2) = \omega_1$$

Det er altid disse tre ting der udgør markedsligevægten i en generel ligevægt med produktion:

1. Virksomheder profitmaksimerer
2. Agenter nyttemaksimerer
3. Alle markeder clearer

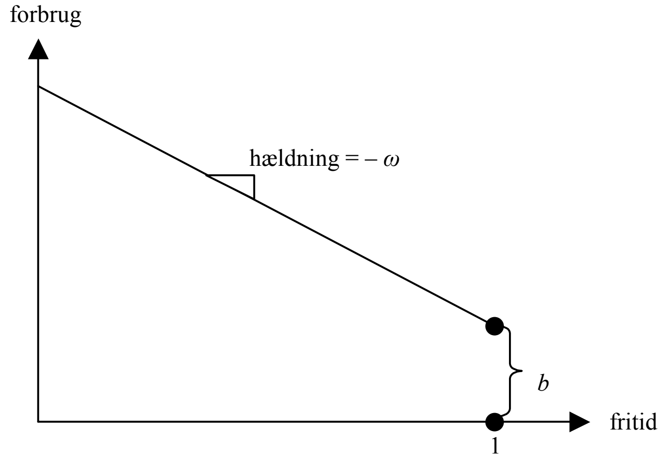
En grafisk illustration af generel ligevægt med produktion i tilfældet med L = 2 varer, I = 1 forbruger og J = 1 virksomhed, er det såkaldte *Koopmannsdiagram*:



HJWJ-note: Den forvridende effekt af en lønskat

Vi ser nu nærmere på effekten af en lønbeskatning.

Vi starter med at se på *forbrugeren*.
Forbrugeren har en initialbeholdning på (1, 0) og et forbrug på (e, x),
$e = 1 - n$, hvor n er arbejdsudbud.
Forbrugeren antages at have præferencer der kan repræsenteres af en seperabel nyttefunktion
$U(e, x) = u(x) + v(e)$
som er differentiabel



Der gælder om nyttefunktionen, at:

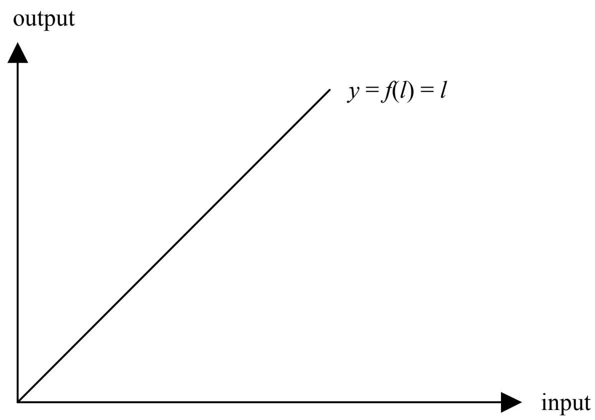
$$u'(x) > 0 \quad u''(x) < 0$$
$$v'(e) > 0 \quad v''(e) < 0$$

og desuden grænseegenskaberne, at grænsenytterne $\to \infty$ for $x, e \to 0$. Dvs. ej randløsning.

Dernæst betragter vi *virksomheden*.
Virksomheden producerer output y ud fra arbejds-input l med den meget simple produktionsfunktion

$$y = l$$

Pga. konstant skalaafkast, er der nul profit i ligevægt



Nu ser vi på *skatten*. Hver forbruger har en skatteudgift på

$$skat = t \cdot w \cdot n$$

Nettoskatteudgiften er på

$$nettoskat = t \cdot w \cdot n - B$$

hvor B er en overførsel tilbage til forbrugeren.
Der antages budgetbalance for det offentlige, dvs.

$$B = t \cdot w \cdot n$$

Vi skal nu løse forbrugerens problem:

$$\max_{x,e} u(x)+v(e) \quad s.t. \quad x>0, \quad 0<n<1 \quad x=\omega\cdot n+b,$$

$$idet \quad \omega \equiv \frac{w}{p}\cdot(1-t) \quad b\equiv\frac{B}{p}$$

Problemet giver en entydig løsning:

- $x(\omega, b)$ forbrugsgodeefterspørgsel
- $n(\omega, b)$ arbejdsudbud

Førsteordensbetingelsen

$$MRS=-\frac{MU_1}{MU_2}=-\frac{p_1}{p_2} \quad dvs. \quad -\frac{v'(1-n)}{u'(x)}=-\frac{\omega}{1} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{v'(1-n)}{u'(x)}=\omega$$

$$x=\omega\cdot n+b$$

(x, n) skal løse dette for givent (ω, b).

Eks – stigning i b

Virkningerne af stigningen i b kan analyseres ved at betragte de to ligninger i førsteordensbetingelsen:

$$b\uparrow \;\Rightarrow\; x\uparrow \;\Rightarrow\; u'(x)\downarrow \;\Rightarrow\; \frac{v'(1-n)}{u'(x)}\uparrow \;\Rightarrow\; \begin{cases} 1-n\uparrow \quad så \quad v'(1-n)\downarrow \\ x=\omega\cdot n+b\downarrow \quad så \quad u'(x)\uparrow \end{cases}$$

$$Dvs. \quad b\uparrow \;\Rightarrow\; n(\omega,b)\downarrow \quad Dvs. \quad \frac{\Delta n(\omega,b)}{\Delta b}<0$$

Eller, hvis $n(\omega,b)$ er differentiabel $\dfrac{\partial n(\omega,b)}{\partial b}<0$

Det vil altså sige, at hvis indkomstoverførslen fra staten stiger, så vil arbejdsudbuddet falde.

Hvad sker der så med den samlede efterspørgsel $x(\omega,b)$?

På den ene side stiger b, hvilket fører til større efterspørgsel. På den anden side, så har vi lige set at dette medfører et faldende arbejdsudbud, hvilket fører til lavere efterspørgsel. Hvad er den samlede virkning? Man kan vise matematisk[6] at nettoeffekten vil være, at $x(\omega,b)\uparrow$ - altså hvis $x(\omega,b)$ er differentiabel, at $\dfrac{\partial x(\omega,b)}{\partial b}>0$.

[6] Vha. implicit differentiation

Eks – stigning i ω

Hvad sker der ved en stigning i reallønnen ω?

Substitutionseffekten, effekten af at det er blevet relativt mere fordelagtigt at arbejde vil føre til en stigning i arbejdsudbuddet, men indkomsteffekten går i modsat retning, da

$$x = \omega \cdot n + b \uparrow \quad \Rightarrow \quad u'(x) \downarrow \quad \Rightarrow \frac{v'(1-n)}{u'(x)} \uparrow$$

og derefter de samme afledte effekter som vist i eksemplet ovenfor, der medfører at $n\downarrow$.

Derfor kan man ikke forudsige nettoeffekten af stigningen i ω. Virkningen på arbejdsudbuddet kan gå i begge retninger.

Generel ligevægt

Da virksomheden har den simple produktionsfunktion $y = l$, så bliver det eneste prissæt der er foreneligt med generel ligevægt det hvor $p = w$, da der ellers vil være enten overskudsefterspørgsel eller overudbud, hvilket *ikke* er foreneligt med generel ligevægt. Da $p = w$ gælder

$$\omega = (1-t) \cdot \frac{w}{p} = 1-t$$

Dette indsættes i førsteordensbetingelsen:

$$\omega = \frac{v'(1-n)}{u'(x)} \quad \Rightarrow \quad 1-t = \frac{v'(1-n)}{u'((1-t)n+b)}$$

Offentlig budgetbalance medfører, at $b = t \cdot n$, igen da $p = w$. Dvs.

$$1-t = \frac{v'(1-n)}{u'((1-t)n+tn)} \quad \Rightarrow \quad 1-t = \frac{v'(1-n)}{u'(n)}$$

Altså er den repræsentative agents fysiske godeforbrug i generel ligevægt $x = n$, fordi nettoskat er nul og igen $p = w$.

n skal altså løse ovenstående ligning for givet t.

$$n \to 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{v'(1-n)}{u'(n)} \to 0 \quad \Rightarrow \quad t \to 1$$

$$n \to 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{v'(1-n)}{u'(n)} \quad \left.\begin{matrix} vokser \\ falder \end{matrix}\right\} vokser$$

Altså hvis t stiger, så vil n falde, dvs. $n'(t) < 0$. Mekanismen er, at højere skat => Lavere realløn efter skat => Lavere arbejdsudbud. Kun substitutionseffekten virker, fordi indkomstvirkningen forsvinder pga. offentlig budgetbetingelse om budgetbalance. Skat forvrider altså.

Velfærdsanalyse

Vi ser på velfærdsfunktionen $W(t) = u(n(t)) + v(1 - n(t))$.

Påstanden er nu, at *W* er aftagende i *t*.

Bevis:
$$W'(t) = u'(n(t)) \cdot n'(t) + v'(1 - n(t)) \cdot (-n'(t)) =$$
$$n'(t) \cdot (u'(n(t)) - v'(1 - n(t)))$$

Da $\dfrac{v'(1-n)}{u'(n)} = 1 - t < 1 \quad \Leftrightarrow \quad u'(n) > v'(1 - n(t))$

Dvs. $W'(t) = \overbrace{n'(t)}^{<0} \cdot \overbrace{(u'(n(t)) - v'(1 - n(t)))}^{>0} < 0$ Q.E.D.

Det vil altså sige, at en skat betyder en mindre samlet velfærd til samfundet.

Katz & Rosen: Partiel kontra generel ligevægt

Partiel analyse	Generel analyse
"Ceteris paribus" (alt andet lige). Ser kun på et marked.	Ser på alle markeder. Simultan løsning på alle markeder.

Varian kap. 31: Velfærdsteori

Velfærdsfunktion – Arrow's umulighedsteorem

Vi har ønske om at lave en aggregering af individuelle præferencerelationer til en præferencerelation for hele samfundet. Krav til denne er:

1. Total præordning (bl.a. transitivitet)
2. Hvis alle agenter svagt foretrækker én allokering *X* frem for en anden *Y*, så skal præferencerelationen for hele samfundet også repræsentere at foretrække denne allokering *X*.
3. Samfundets vurdering af *X* i forhold til *Y* skal være uafhængig af andre alternativer.

Løsningen: Én borger bestemmer det hele (dvs. dennes præferencer er lig med samfundets), diktatur.

Hvis man ser bort fra diktatur er ovenstående ønsker en umulighed, hvilket er Arrow's umulighedsteorem.

Social Welfare funktion

Eks. $U(x)=\sum_{i=1}^{I}u_i(x)$

Egenskaber:

- Kardinal nytte (skidt)
- Hvis z maksimerer U, så er z Pareto optimal (godt)

Definitioner

- Equitable / rimelig / misundelsesfri tilstand:
  $u_i(x_i)\geq u_i(x_j) \quad \forall \ i,j$
- Fair tilstand. En fair tilstand er:
  - Pareto optimal
  - Misundelsesfri