

# Kap 12: Den Simple Lineære Regressionsmodel: Modelkontrol.

25. maj 2002

Se evt. regneskema s. 378 for SAK det-ene-og-det-andet

Nr.	Hypotese	(A) Grafisk	(B) Numerisk	(C) Uddybende
-	<b>Modellen</b>	$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + e_i$ Opstil evt. m. opgaverelevante termer, eller omdøb variable, eks.: løn= $x_i$ og profit = $y$		
-	<b>Std.forudsætninger</b>	$\left. \begin{array}{l} \text{I)} E(e_i) = 0 \\ \text{II)} \text{Var}(e_i) = \sigma^2 \text{ for } i = 1, \dots, n. \\ \text{III)} \text{Cov}(e_i, e_j) = 0 \text{ for } i \neq j \Rightarrow \text{Uafhængige restled} \end{array} \right\} \Rightarrow e_i \sim Nf(0, \sigma^2) \dots \text{IV)} \text{ hvid støj}$		
-	<b>Standardiserede residualer</b>	$e_i^* = \frac{e_i}{\sqrt{\text{Var}(e_i)}}$ hvor var ( $e_i$ ) afhænger af værdien af den forklarende variabel Mens var( $e_i^*$ ) er konstant (homoskedasticitet) for alle $i = 1, \dots, n$ , så de kan sammenlignes direkte!		
1	Ad I) Linearitet	-Plot (x,y)-dia.: Kommenter lineær sammenhæng, - Plot (x, $e_i^*$ )-dia: Skal være hvid støj / usystematisk - Plot ( $y, \hat{y}$ )-dia.: skal ligge om 45° linie.	$R^2 = \frac{SAK_y - SRK}{SAK_y} > 0,5 \Rightarrow \text{relativt høj}$	$R^2 =$ Determinationskoefficienten, angiver den andel af den totale variation i responsvariablen (y), der kan beskrives ud fra den lineære relation til den forklarende variabel (x)
2	Ad. II) Homoskedasticitet	- Plot ( $x_i, e_i^*$ ): skal ligge usystematisk i et bredt bånd, med ca. $\alpha$ pct. uden for ( $x_i, 2, 0$ )	NIL	NIL
3	Ad. III) Uafhængige restled (Autokorr.-kontrol)  NB: Kun ved tidsrække obs.	- Plot ( $t, e_i^*$ ): Kommenter "passedede antal fortegnsskift"	$DW = \frac{\sum_{i=2}^n (\hat{e}_i - \hat{e}_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n \hat{e}_i^2}$ $\frac{0 \quad d_1 \quad d_2}{P \quad A \quad ID \quad I} \quad \frac{d_3 \quad d_4 \quad 4}{I \quad A \quad ID \quad NA}$ PA/NA=Pos./Neg. autokorr. ID=Indecisionsområdet IA = Ingen autokorrelation  Forklar intuitivt hvorfor PA el. NA (hvis intuitivt)	- ( $t, e_i^*$ )= bløde kurver $\Rightarrow$ pos. autokorr. - ( $t, e_i^*$ )=ZIG-ZAG $\Rightarrow$ neg. autokorr. - DW kontrollerer for AR(1)-korrelation: dvs., om $e_i = \rho e_{i-1} + v_i$ , hvor $v_i$ er uaf. NF restled $\square$ $NF(0, \sigma^2)$
4	Ad. IV) Normalfordelte std. residualer	Plot fraktil-dia. (Prob Plot): • Skal ligge tilfældigt om en ret linie	NIL	NIL
5	Betydning af enkelt-obs.	- Plot (x,y)-dia.: • Kommenter om nogle obs. ligger "isoleret" og dermed påvirker estimationen meget • Kommenter hvorledes de påvirker parameter estimaterne.	Cook's afstand: $D_i = \frac{(\hat{\beta} - \hat{\beta}_{(i)})^T (\bar{X}^T \bar{X}) (\hat{\beta} - \hat{\beta}_{(i)})}{(p+1)s^2}$ , $\hat{\beta}_{(i)}$ er MK parameterestimatet uden obs. nr. i.	- $D_i$ = forskellen i parameterestimat med og uden obs. nr. i. - Anvendes til at udpege obs., der bør underkastes nærmere undersøgelse 1. Udpeg størst Cook's D. 2. Sig hvorfor: Stor residual, ekstrem x-værdi eller begge. (evt. 3. Mahalanobis afstand: ydergrænse af obs.)
6	Test $H_0: \beta_0 = 0$ vs. tosiddet...		$T = \hat{\beta}_0 / \sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_0)} \square t(n-2)$	
7	Test $H_0: \beta_1 = \beta_{10}$ vs. en-/tosiddet...		$T = (\hat{\beta}_1 - \beta_{10}) / \sqrt{\text{var}(\hat{\beta}_1)} \square t(n-2), \text{var}(\hat{\beta}_1) = s^2 / SAK_x$	<b>Konf<math>_{1-\alpha}</math>[E(Y x<sub>0</sub>)]</b> = $\hat{y} \pm t_{1-\alpha/2}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{1/n + \text{var}(\hat{y})}$
8	$H_0: R^2=0$ vs. $H_1: R^2 \neq 0$ (kun tosiddet)		$V = R^2 \cdot (n-2) / (1 - R^2) \sim F_{1, \alpha/2}(1, n-2)$	<b>Pred<math>_{1-\alpha}</math>(Y x<sub>0</sub>)</b> = $\hat{y} \pm t_{1-\alpha/2}(n-2) \cdot s \cdot \sqrt{1 + 1/n + \text{var}(\hat{y})}$
...	Mahalonobis afstand	Angiver grænser for intra- og ekstrapolation. Stor Mahalanobis afstand, men lille residual kan være med til at sikre modellens persistens/styrke ( $M_i$ mest anvendt i multiple regr. hvor man ikke bare kan se på værdien, men ekstrapolationsgrænsen bliver en ellipse)		