

Udvalgsbrøk: $f_j = n_j/N_j$		ALTERNATIV VARIATION (den variable kan antage 2 værdier: 0 eller 1)		GENEREL VARIATION (den variable kan antage alle værdier)
	Begreb	Uden tilbagelægning	Med tilbagelægning	Uden tilbagelægning
1		$Hyp(n, N, M)$	$Bin(n, \theta)$	$x_1, \dots, x_n =$ værdi af var. målt på n enh i stikprøven
2	Pop.gns. af obs. Variabel	$\theta = \bar{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N \mu_v$		$\bar{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N \mu_v$
3	Skøn for 2	$\hat{\theta} = \frac{1}{n} \sum_{v=1}^n \mu_v,$ $\mu_v =$ obs.værdier af x	$\theta \approx \hat{\theta}_m = \frac{x_m}{n}$	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{X}$ for $x_i =$ obs. afstok.var. $X_i$
4	Pop.varians (anvendes til at udregne 6)	$\tau^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{v=1}^N (\mu_v - \theta)^2 = \frac{N}{N-1} \theta(1-\theta)$		$\tau^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{v=1}^N (\mu_v - \bar{\mu})^2$
5	Estimat for 4 (anvendes til at udregne 7)			$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$
6	Usikkerhed på 3	$Var(\hat{\theta}) = \frac{\tau^2}{n} (1-f)$	$Var(\hat{\theta}) = \frac{\tau^2}{n} \cdot \frac{N-1}{N} = \frac{\theta(1-\theta)}{n}$	$Var[\bar{X}] = \frac{\tau^2}{n} (1-f)$
7	Estimat for 6	$V\hat{ar}(\hat{\theta}) = \frac{\hat{\theta}(1-\hat{\theta})}{n-1} (1-f)$	$V\hat{ar}(\hat{\theta}) = \frac{\hat{\theta}(1-\hat{\theta})}{n}$	$V\hat{ar}[\bar{X}] = \frac{s^2}{n} (1-f)$
8	Estimat for populationstotalen, $N\bar{\mu}$	$N\hat{\theta}$		$N\bar{x}$
9	Estimat for usikkerhed på 7, $Var(N\bar{X}) = \frac{N^2}{n} \cdot \tau^2 \cdot (1-f)$	$V\hat{ar}(N\hat{\theta}) = N^2 \cdot V\hat{ar}(\hat{\theta})$		$V\hat{ar}(N\bar{X}) = N^2 \cdot V\hat{ar}(\bar{X})$
10	(Approx.) $konf_{1-\alpha}(\hat{\theta})$	$\hat{\theta} \pm U_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{V\hat{ar}(\hat{\theta})}$		$\bar{x} \pm U_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{V\hat{ar}(\bar{X})}$
11	(Approx.) $konf_{1-\alpha}(N\hat{\theta})$	$N \cdot \left[ \hat{\theta} \pm U_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{V\hat{ar}(\hat{\theta})} \right]$		$N \cdot \left[ \bar{x} \pm U_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{V\hat{ar}(\bar{X})} \right]$
12	Min n, for $V\hat{ar}(\hat{\theta}) = \sigma_0^2$ når $\theta$ er kendt - Rund altid OP til nærmeste hele tal	$n \geq \frac{\theta(1-\theta)}{\sigma_0^2 + \theta(1-\theta)/N}, \theta \approx \hat{\theta}$		$n \geq \frac{\tau^2}{\sigma_0^2 + \frac{\tau^2}{N}}, \tau^2 \approx s^2$
13	Min n, for $V\hat{ar}(\hat{\theta}) = \sigma_0^2$ når $\theta$ er Ukendt - Rund altid OP til nærmeste hele tal	$n \geq \frac{1/4}{\sigma_0^2 + 1/4N},$ der svarer til worstcase: $\theta = 0,5$		$n \geq \frac{1/4}{\sigma_0^2 + \frac{1}{4N}},$ der svarer til worstcase: $\theta = 0,5$
14	Min n, for konf max $L_0$ bred, - Rund altid OP til nærmeste hele tal	$n \geq \frac{\theta(1-\theta)}{\left(\frac{L_0}{2 \cdot U_{1-\alpha/2}}\right)^2 + \frac{\theta(1-\theta)}{N}}, \theta \approx \hat{\theta}.$ Er $\theta$ ukendt anvendes $\theta=0,5$		$n \geq \frac{\theta(1-\theta)}{\left(\frac{L_0}{2 \cdot U_{1-\alpha/2}}\right)^2 + \frac{\theta(1-\theta)}{N}}, \theta \approx \hat{\theta}.$ Er $\theta$ ukendt og $\hat{\theta}$ ej kan estimeres anvendes $\theta=0,5$

SIMPEL TILFÆLDIG UDVÆLGELSE

		Begreb	(A) TILFÆLDIG ALLOKERING	(B) PROPORTIONAL ALLOKERING	(C) OPTIMAL ALLOKERING
STRATIFICERET UDVÆLGELSE (generelt variation)			Kendetegn: Tilfældigt udvalgt stikprøve uden hensyn til variation indenfor strata (m uafhængige stikprøv.)	Kendetegn: $f_j = n/N$ for alle m strata	Kendetegn: $n_j$ vælges så $\text{var}(X_S)$ minimeres (Kræver kendskab til var i strata inden opdeling!)
	0	Populationgennemsnittet	$\bar{\mu}$	$\bar{\mu}$	$\bar{\mu}$
	1	Stratum gennemsnittet (stor forskel $\Rightarrow$ fordel at gå fra (A) til (B))	$\bar{\mu}_j = \frac{1}{N_j} \sum_{v=1}^{N_j} \mu_{vj} = \theta_j$	$\bar{\mu}_j = \frac{1}{N_j} \sum_{v=1}^{N_j} \mu_{vj} = \theta_j$	$\bar{\mu}_j = \frac{1}{N_j} \sum_{v=1}^{N_j} \mu_{vj} = \theta_j$
	2	Stratumvægten	$W_j = N_j/N$	$W_j = n_j/n$ , da $f_j = f \forall j$	$W_j = N_j/N$
	3	Stratum gennemsnittet (stor forskel $\Rightarrow$ fordel at gå fra (B) til (C))	$\tau_j^2 = \frac{N_j}{N_j-1} \cdot \theta_j(1-\theta_j)$	$\tau_j^2 = \frac{N_j}{N_j-1} \cdot \theta_j(1-\theta_j)$	$\tau_j^2 = \frac{N_j}{N_j-1} \cdot \theta_j(1-\theta_j)$
	4	Stikprøvegennemsnittet	$\bar{X}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}$ , når $x_{ij}$ er obs. af stok.var., $X_{ij}$	$\bar{X}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}$ , når $x_{ij}$ er obs. af stok.var., $X_{ij}$	$\bar{X}_j = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}$ , når $x_{ij}$ er obs. af stok.var., $X_{ij}$
	5	Stikprøvevariansen	$s_j^2 = \frac{1}{n_j-1} \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$	$s_j^2 = \frac{1}{n_j-1} \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$	$s_j^2 = \frac{1}{n_j-1} \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$
	6	(middelret) Skøn over populationsgennemsnittet, $\bar{\mu}$	$\bar{\mu} \approx \bar{X}_S = \sum_{j=1}^m W_j \cdot \bar{X}_j$ , når $x_{ij}$ = observeret værdi af stok.var., $X_{ij}$	$\bar{\mu} \approx \bar{X}_P = \sum_{j=1}^m W_j \cdot \bar{X}_j = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}$ , når $x_{ij}$ = observeret værdi af stok.var., $X_{ij}$	$\bar{\mu} \approx \bar{X}_O = \sum_{j=1}^m W_j \cdot \bar{X}_j$ , når $x_{ij}$ = observeret værdi af stok.var., $X_{ij}$
	7	Usikkerhed på 6	$\text{var}[\bar{X}_S] = \sum_{j=1}^m W_j^2 \cdot \frac{\tau_j^2}{n_j} (1-f_j), f_j = n_j / N_j$	$\text{var}[\bar{X}_P] = \frac{1-f}{n} \sum_{j=1}^m W_j \cdot \tau_j^2$	$\text{var}[\bar{X}_O] = \frac{1}{n} \left( \sum_{j=1}^m W_j \cdot \tau_j \right)^2 - \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^m W_j \cdot \tau_j^2$
	8	Skøn over 7	$\hat{\text{var}}[\bar{X}_S] = \sum_{j=1}^m W_j^2 \cdot \frac{s_j^2}{n_j} (1-f_j), f_j = n_j / N_j$	$\hat{\text{var}}[\bar{X}_P] = \frac{1-f}{n} \sum_{j=1}^m W_j \cdot s_j^2$	$\hat{\text{var}}[\bar{X}_O] = \frac{1}{n} \left( \sum_{j=1}^m W_j \cdot s_j \right)^2 - \frac{1}{N} \cdot \sum_{j=1}^m W_j \cdot s_j^2$
	9	Populationstotalen, $N\bar{\mu}$ estimeres ved	$N\bar{X}_S$	$N\bar{X}_P$	$N\bar{X}_O$
	10	Usikkerheden på 9, $\text{Var}[N\bar{X}_S]$ estimeres ved	$\hat{\text{var}}[N\bar{X}_S] = N^2 \cdot \hat{\text{var}}[\bar{X}_S]$	$\hat{\text{var}}[N\bar{X}_P] = N^2 \cdot \hat{\text{var}}[\bar{X}_P]$	$\hat{\text{var}}[N\bar{X}_O] = N^2 \cdot \hat{\text{var}}[\bar{X}_O]$
	11	Approx. $\text{Konf}_{1-\alpha} =$	$\bar{x}_S \pm U_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\hat{\text{var}}[\bar{X}_S]}$	$\bar{X}_P \pm U_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\hat{\text{var}}[\bar{X}_P]}$	$\bar{X}_O \pm U_{1-\alpha/2} \cdot \sqrt{\hat{\text{var}}[\bar{X}_O]}$
12	Stikprøvestørrelse der giver variansen $\text{var}(\bar{X}_S) = \sigma_0^2$ - Rund altid OP til nærmeste hele tal	Som for ustratificeret???	$n \geq \frac{\sum_{j=1}^m W_j \tau_j^2}{\sigma_0^2 + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^m W_j \tau_j^2}, \tau_j^2 \approx s_j^2$	$n \geq \frac{\left( \sum_{j=1}^m W_j \tau_j \right)^2}{\sigma_0^2 + \frac{1}{N} \sum_{j=1}^m W_j \tau_j^2}, \tau_j^2 \approx s_j^2$	
	Sammenligning af de tre varianser	Der fås ved lange udregninger: $\text{var}[\bar{X}] \geq \text{var}[\bar{X}_P] \geq \text{var}[\bar{X}_O]$ jo større forskel der er på var i de m strata, jo større bliver gevinsten ved at skifte metode			