Institut for Økonomi
Aarhus Universitet
Statistik 1, F01
22. marts 2001

Nogle fordelinger for diskrete stokastiske variable

	BINOMIALFORDELING	HYPERGEOMETRISK FORDELING	GEOMETRISK FORDELING	NEGATIV BINOMIALFORDELING	POISSONFORDELING
NOTATION	$Y \sim \mathrm{Bin}(n,p)$	$Y \sim \mathrm{Hyp}(n,N,M)$	$Y \sim \mathrm{Geo}(p)$	$Y \sim \mathrm{Negbin}(r,p)$	$Y \sim \mathrm{Poi}(m)$, $m = \lambda t$
ANVENDELSE	Beskriver antal 'succeser' i *n* forsøg	Beskriver antal 'succeser' i *n* forsøg (uden tilbagelægning)	Beskriver antal forsøg, som skal gennemføres for at opnå 1 'succes'	Beskriver antal forsøg som skal gennemføres for at opnå *r* 'succeser'.	Beskriver antal begivenheder i interval af længde t med intensitet λ.
FORUDSÆTNINGER	● Forsøgene er indbyrdes uafhængige ● Hvert forsøg har kun to mulige udfald: 'succes' eller 'fiasko' (Bernoulli forsøg) ● Hvert forsøg har den samme sandsynlighed for 'succes': *p*	Simpelt tilfældigt udvalg af *n* enheder uden tilbagelægning fra population af *N* enheder, hvoraf *M* er 'succeser'. Den betingede sandsynlighed for 'succes' er altså ikke konstant.	● Forsøgene er indbyrdes uafhængige ● Hvert forsøg har kun to mulige udfald: succes eller fiasko (Bernoulli forsøg) ● Hvert forsøg har den samme sandsynlighed for 'succes': *p*	● Forsøgene er indbyrdes uafhængige ● Hvert forsøg har kun to mulige udfald: succes eller fiasko (Bernoulli forsøg) ● Hvert forsøg har den samme sandsynlighed for 'succes': *p*	● Ssh for begivenh konstant. ● Begivenh. uafhængige ● Ssh og tidsintervallets længde proportionale ● Ssh for mere end 1 begivenhed i et lille tidsrum negligibel
VÆRDIMÆNGDE	$k = 0,1,2,\ldots\ldots,n$	$k = 0,1,2,\ldots\ldots,n$, idet $0 \le k \le M$ og $0 \le n-k \le N-M$	$k = 1,2,\ldots\ldots,(\infty)$	$k = r, r+1, r+2,\ldots\ldots, (\infty)$	$k = 0,1,2,\ldots\ldots,(\infty)$
SANDSYNLIGHEDS-FUNKTION	$f_Y(k)=\binom{n}{k} p^k(1-p)^{n-k}$	$f_Y(k)=\dfrac{\binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}}$	$f_Y(k) = (1-p)^{k-1}p$	$f_Y(k)=\binom{k-1}{r-1} p^r(1-p)^{k-r}$	$f_Y(k)=\dfrac{m^k}{k!}e^{-m} = \dfrac{(\lambda t)^k}{k!}e^{-\lambda t}$
FORVENTET VÆRDI	np	$n\,M/N$	$1/p$	r/p	$m = \lambda t$
VARIANS	$np(1-p)$	$n\dfrac{M}{N}(1-\dfrac{M}{N})\dfrac{N-n}{N-1}$	$(1-p)/p^2$	$r(1-p)/p^2$	$m = \lambda t$
BEMÆRKNINGER	● Kan approksimeres med normalfordelingen, når $np(1-p) > 5$ og *p* ikke er tæt på 0 eller 1. ● Kan approksimeres med poissonfordelingen med $m=np$, når *n* er stor og *p* er lille: $np(1-p)<5$.	● Kan approksimeres med binomialfordelingen med $p=M/N$, når $N>10n$ ● Jvf. iøvrigt approksimationerne for binomialfordelingen	● Hukommelsesløs ● Analog til eksponentialfordelingen (for en kontinuert stokastisk variabel)	● For $r=1$ fås den geometriske fordeling ● Analog til Gammafordelingen (for en kontinuert stokastisk variabel)	● Kan approksimere binomialsandsynligheder: Se Binomialfordelingen. ● Lad *T* angive tiden indtil 1. begivenhed indtræffer. Da er $P(T<t)=1-P(Y=0)$. *T* er da exponentialfordelt: $T \sim \mathrm{Exp}(\lambda)$.